

EIN UNBEKANNTES SCHREIBEN VON N. H. ABEL AN A. L. CRELLE

KURT-R. BIERMANN

1. Unter den von Karl Weierstraß namens der Berliner Akademie der Wissenschaften am 9.12.1881 Sophus Lie für die Universitätsbibliothek Christiania überreichten Abel-Manuskripten aus dem Nachlaß August Leopold Crelles befand sich auch ein Brief Niels Henrik Abels vom 18.10. 1828. Dabei hat es sich jedoch nur um eine Abschrift des wissenschaftlichen Anhangs des eigentlichen Briefes gehandelt (1); in allen Veröffentlichungen ist immer nur dieser aus zwei Abschnitten bestehende Anhang ganz oder teilweise gedruckt worden (2). Nun ist die vollständige Handschrift Abels aufgefunden worden. Herr Fritz G. Lange, Sekretär der Alexander-von-Humboldt-Kommission der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, der im Mai 1966 die Bestände des Germanischen National-Museums in Nürnberg auf Briefe von und an A. von Humboldt durchsah, machte mich darauf aufmerksam, daß sich im Archiv jenes Museums (Kapsel 33, Mathematiker A-K) ein Autograph von Abel befände, das 1892 aus der Sammlung des 1891 verstorbenen Dr. Theodor Wagener dorthin gekommen sei. Der Oberkonservator des Museums, Herr Dr. Ludwig Veit, kam am 21. Juli meiner Bitte um Überlassung eines Reproduktion des Schriftstücks bereitwilligst nach. Dergestalt bin ich in die Lage versetzt, hier die unbekannt gebliebenen Passagen des Abel-Briefes mitzuteilen. Herrn F. G. Lange und Herrn Dr. L. Veit spreche ich für ihre Liebenswürdigkeit meinen verbindlichsten Dank aus.

2. Beim Lesen des Briefes fühlen wir uns in eine der dramatischsten Episoden zurückversetzt, die die Geschichte der Mathematik kennt. Niels Henrik Abel, 26 Jahre alt, befindet sich im Wettlauf mit Carl Gustav Jacob Jacobi und mit dem Tode. Daß ihm nur noch ein knappes halbes Lebensjahr übrig bleibt, ahnt Abel beim Schreiben des Briefes an seinen väterlichen Freund und Gönner Crelle in Berlin nicht. Er befindet sich in einem Zustand der Euphorie, ehe die Tuberkulose den letzten, entscheidenden Angriff auf ihn unternimmt. Ungeduldig freut er sich auf den Ruf nach Berlin, um den sich Crelle bemüht. Die Ideen strömen ihm nur so zu; er kann ihrer kaum Herr werden. So viel Platz ihm auch Crelle in

seinem zwei Jahre zuvor gegründeten Journal einräumt, so reicht er doch nicht für Abel, dessen Produktivität keine Grenzen zu kennen scheint und der schon die Herausgabe von Monographien plant. Er befaßt sich mit der Gleichungslehre, der Reihentheorie, der Schöpfung der Theorie der »Abelschen« Funktionen, der Begründung der Theorie der elliptischen Funktionen. Auf letzterem Gebiet arbeitet auch C. G. J. Jacobi angestrengt. Abel weiß um dessen Resultate und Pläne; der Gedanke, Jacobi könne ihm zuvorkommen, ist eigentlich das Einzige, was im Augenblick sein Wohlbefinden stört und was ihn zu immer stärkerer Anspannung treibt. Er bittet Crelle inständig, doch ja seine Arbeiten so schnell wie möglich zu drucken. Der langwierige Postweg von Christiania nach Berlin benachteiligt ihn ohnehin gegenüber seinem Konkurrenten in Königsberg.

Arbeiten und Ergebnisse, Hoffnungen und Befürchtungen führt uns Abels Brief vor Augen. Der ganze Abel tritt uns entgegen: genial, ein wenig naiv, im Deutschen und Französischen nicht ganz sattelfest, aber doch in der Lage, jeden Gedanken klar auszudrücken, — eine natürliche und sympathische Persönlichkeit.

Zwischen den Zeilen hat Crelle seine Stellungnahme zu den Abelschen Fragen und Vorschlägen notiert (3), meist in Stichworten, sodaß wir uns auch ein Bild seiner noch am Tage des Eingangs des Briefes abgefaßten Antwort machen können: Crelle tut für den 22 Jahre jüngeren Abel, was er kann, wie er sich ja auch für seine anderen genialen Autoren Steiner, Jacobi, Dirichlet, dann Eisenstein und später noch Weierstraß (4) rückhaltlos eingesetzt hat. Aber der Umfang des zu erheblichem Teil aus eigenen Mitteln finanzierten Journals und die Rücksicht auf andere Mitarbeiter setzen bestimmte Grenzen. Auch ahnt er natürlich nicht, daß seinem Korrespondenten nur noch eine so kurze Lebensfrist vergönnt ist. Er hat Schritte getan, um Abel nach Berlin zu holen, und ist weiter darum bemüht, aber die finanzielle Seite der Angelegenheit läßt sich bei allem guten Willen nicht von heute auf morgen lösen (5). Als alles geregelt ist, ist Abel bereits verstorben (6).

So ist der nachstehend wiedergegebene Brief Abels ein Dokument, das uns unmittelbaren Einblick in Wesen und Wollen des vor seiner Vollendung stehenden unsterblichen Verfassers und in das Verhältnis zu seinem Protektor Crelle verschafft (7).

Crelle veröffentlichte nach Abels Tode noch Abhandlungen und Auszüge aus Briefen Abels (darunter auch die Nachschrift zu dem hier erstmals gedruckten Brief (8)). Dabei wurde der Fachwelt noch deutlicher, welchen Verlust die Mathematik erlitten hatte. Und noch ein anderes Ergebnis hatten diese Veröffentlichungen in Crelles Journal: Durch die

Wiedergabe des Briefes Abels an A. M. Legendre vom 25.11.1828 (9) wurde Weierstraß endgültig für die Mathematik gewonnen (10).

3. Die Veröffentlichung des Briefes geschieht nach folgenden Grundsätzen: Um den Informationsverlust möglichst klein zu halten, wird in die Abelsche Schreibung *nicht* eingegriffen; grammatikalische und orthographische Fehler bleiben unkorrigiert, fehlende Interpunktionszeichen und Akzente sind *nicht* ergänzt worden. Von Abel ausgelassene Worte sind im Text in eckigen Klammern ergänzt. Die Notizen Crelles werden in den Anmerkungen der Briefstelle zugeordnet, auf die sie sich beziehen. Da die Vielzahl der von Abel genannten Arbeiten einen Überblick über seine Bezugnahmen, Wünsche und Absichten erschwert, werden ferner in den Anmerkungen bibliographische Hinweise auf den jeweiligen Druck in Crelles Journal gegeben.

N. H. Abel an A. L. Crelle

Christiania den 18 October 1828 (11)

Ihren lieben Brief von 9^{te} d. M. habe ich diesen Augenblick erhalten und eile ihnen zu beantworten. Für ihre Theilnahme an meinem Befinden danke ich ihnen sehr. Ich bin gottlob wieder vollkommen hergestellt und befinde mich ungewöhnlich wohl, so daß ich ohne Schaden so viel als ich will arbeiten kann. Und das thue ich nun auch — Daß noch nichts wegen meiner Anstellung in Berlin entschieden ist, das ist allerdings schlimm, doch ich werde natürlich Geduld haben (12). Das es doch geschehen mögte. Es sollte doch schön seyn wenn ich da bey Ihnen seyn konnte. Hier bin ich so weit von Allen entfernt und habe deshalb keinen mathematischen Umgang. — Vielleicht konnte ich wenn ich [in] Berlin wäre einen Verleger finden und dann sollte es losgehen (13). — Eben jetzt bin ich in der Periode der Erfindung; es geht mir so ziemlich von der Hand. — Es ist gut daß die eine Abhandlung ins vierte Heft kommt (14). Ich sandte ihnen so viel ich weiß in meinem letzten Briefe noch zwei Aufsätze einen mit [der] Ueberschrift: Sur quelques formules elliptiques (15) und einen anderen, ich weiß nicht mehr wie ich den genannt habe (16). Diese letzte Abhandlung mögte ich gern zuerst gedruckt haben (17). Konnte die andere auch da kommen so wünschte ich es sehr (18). Ich weiß daß Sie es thun werden wenn es geschehn kann. Wegen der Fortsetzung der recherches sur les fonctions elliptiques (19). Da konnte sie wohl an der Seite der größeren Abhandlung (20) stehn weil sie etwas ausführlicheres über einen einzelnen Gegenstand enthält, aber es wird doch das beste das dieße Fort-

setzung nicht gedruckt wird wenigstens nicht ganz. Haben Sie die Güte den ersten Paragraphen drucken zu laßen unter dem Titel *Théoreme sur les fonctions elliptiques*. Statt der kleinen Einleitung vor diesem mußte dann folgendes kommen (21): »La formule donnée par Monsieur Jacobi dans le Tom III pag. 86. (22) pourra être établie facilement à l'aide d'un theoreme que nous allons demontrer dans ce qui suit«, und am Ende können Sie hinzufügen (23): En vertu du 1^{er} theoreme on verra sans difficulté que la valeur des $\varphi\left(\frac{\theta}{2n+1}\right)$ exprimée en fonction de $\varphi\theta$ sera:

$$\varphi\left(\frac{\theta}{2n+1}\right) = \frac{1}{2n+1} \cdot \left\{ \sum_0^{4n^2+4n} m \sqrt[2n+1]{p_m + q_m \cdot F\theta \cdot f\theta} \right\}$$

ou p_m et q_m sont deux fonctions entières de $\varphi\theta$, la première impaire et du degré $2n+1$, la seconde paire et du degré $2n-2$. Ces fonctions d'ailleurs sont déterminées par l'équation $p_m^2 - q_m^2 (f\theta)^2 \cdot (F\theta)^2 = (\varphi^2\theta - a_m^2)^{2n+1}$ ou a_m est une constante (24). —

Was das übrige der Abhandlung betrifft so werde ich das Wichtigste davon in dem *Precis d'une theorie des fonct: ell:* (25) anführen und also drucken Sie es nicht, um so mehr da ich gern wüßte so viel als möglich von dem *Precis* im ersten Hefte des 4^t Bandes zu sehen. Dieser *Precis* wird aus zwei Parties bestehen (26). Wenn la 1^{ère} partie ganz im ersten Heft kommen könnte — Es wäre schön wegen der Fundamente etc. (27) von Jacobi, die mir Schrecken eingejagt haben. — Wie viel wollen Sie wohl aufnehmen auf einmal (28)? — Dieße 1^{ère} partie wird bald fertig seyn aber kann ich sie mit der Post schicken (29)? Wenn ich das nicht thue so bekommen Sie die Abhandlung nicht vor Frühjahr und das ist zu spät. — Die erste Abtheilung wird nicht sehr groß seyn. Bestimmt kann ich es nicht sagen aber zehn eng geschriebene Bogen wie dieser wird es ungefähr seyn, also 40 *Seiten* geschrieben aber ich schreibe so eng das es vielleicht 8 Bogen (30) gedruckt wird, denn das Journal hat zu große Typen. — Thun Sie mir den Gefallen und lassen Sie diesen *Precis* das erste Heft d. 4^t Bandes anfangen (31). — Ich habe mir größte Mühe gegeben um diese Abhandlung recht gut zu machen. Ich bin auch selbst damit zufrieden. Ich hoffe Sie werden es auch seyn. Die Gleichungen sollen bald nachfogen. — Wegen der andern Abhandlung über die Gleichungen (32), die Sie wie Sie schreiben ins erste Heft anfangen wollen (33) so wäre es beßer damit zu warten wenn Sie es so wollen denn wie gesagt ich mögte gern so viel [wie] möglich mit

den elliptischen Functionen eilen. — Wenn dieße Abhandlung aber gedruckt wird so laßen Sie in jedem Falle die Anwendungen auf die elliptischen Functionen weg (34). Das übrige, was die elliptischen Functionen betrifft werde ich lieber in der Theorie dieser Functionen anführen, und so wird ja Raum gespart und alles kommt auf seinen rechten Platz. Oder wir können es auf andre Weise machen. Die Hauptsache von dem was sich in dieser Abhandlung [findet] kommt nothwendig in der größeren Abhandlung über die Gleichungen. Um also eine Wiederholung in derselben Zeitschrift zu vermeiden so konnte man ja die erste Abhandlung zu *Gergonne* schicken (35), aber nur was die Gleichungen betrifft, nicht die Anwendung auf die elliptischen Funktionen. — Wenn Sie also die Abhandlung nicht selbst zu benützen wünschen, so haben Sie die Güte Sie dem Herrn *Gergonne* mit einer höflichen Bitte um geneigte Aufnahme von mir zu schicken, nämlich *wenn es nicht zu viel kostet*. Kann man es nicht sous bande croisée senden (36). — Ich wünschte es gern. Sie thun es doch und nehmen es nicht übel. Über die Reihen werde ich etwas besseres und nicht so weitläufig [zu] senden die Ehre haben. —

Wegen der Versendung der Hefte so ist die Adreße über Hamburg immer die beste und ich bitte Sie daher dieselbe fortwährend zu benutzen. Ich habe zwar noch nicht das dritte Heft erhalten, es ist aber schon längst unterwegs von Hamburg. Das weiß ich aus einem Brief von *Lordes* an Prof. *Maschmann*. Das Wetter muß wohl günstig gewesen seyn. Ich kann es jeden Tag erwarten. Wenn das vierte Heft so bald als möglich geschickt wurde (37) so konnte ich es vielleicht noch diesen Herbst erhalten. — Spät geht es nicht denn im Winter ist wegen des Eises zwischen Hamburg und hier keine Schifffahrt. —

Meinen Gruß an ihre Frau, *Dirksen*, *Steiner*, *Dirichlet* (38).

Ihr ergebenster

N. H. Abel

Wenn das vierte Heft nicht geschlossen seyn sollte, so bitte ich Sie auf dem letzten Blatte zum Beispiel folgendes als Auszug eines Briefes drucken zu laßen (39).

Es folgt die Mitteilung über *Abels* in Vorbereitung befindliches Mémoire über die elliptischen Funktionen, gedruckt in TD 1 und TD 4, s. Anm. (2). Dahinter steht der unpublizierte Satz:

Das vorstehende wird aber natürlich nicht gedruckt wenn es nicht ins vierte Heft kommt.

Dann schließt sich eine weitere Mitteilung Abels »Théorème sur les équations« an, die faksimiliert ist in TDH 5 und gedruckt ist in TD 4 sowie (ohne den einleitenden Satz und ohne die abschließenden allgemeinen Ausführungen) in TD 1, TD 2, TD 3, s. Anm. (2).

Als Nachschrift findet sich schließlich der bisher unveröffentlichte Satz:

Zu dem Fortgange der mathematischen Gesellschaft wunsche ich gute Glück. Daß ich doch dabey seyn konnte! – (40).

ANMERKUNGEN

- (1) Das geht aus der Bemerkung hervor, die sich findet in: *Niels Henrik Abel. Mémorial publié à l'occasion du centenaire de sa naissance*. Kristiania, Paris, London, Leipzig 1902. Correspondance d'Abel, S. 131. Zudem wird dort bemerkt, daß ein Teil nach dem Faksimile im Journal für die reine und angewandte Mathematik (hier künftig mit CJ (= Crelles Journal) bezeichnet) 25 (1843), Anlage, wiedergegeben werde. Das wäre nicht nötig gewesen, wenn die Handschrift Abels selbst vorgelegen hätte.
- (2) Der wissenschaftliche Anhang des Briefes vom 18.10.1828 liegt in folgenden Teildrucken (TD) bzw. Faksimiletdrucken (TDH) vor:
 - TD 1 = *Mathematische Bruchstücke aus Herrn N. H. Abel's Briefen*. CJ 5 (1830), S. 338–343.
 - TD 2 = *Œuvres complètes de N. H. Abel*. Red. par B. Holmboe. T. 2, Christiania 1839. S. 254–255.
 - TD 3 = *Œuvres complètes de Niels Henrik Abel*. Nouv. Édition. Publ. par L. Sylow et S. Lie. T. 2, Christiania 1881. S. 269–270.
 - TD 4 = *Niels Henrik Abel. Mémorial* [s. ob. Anm. 1]. Correspondance d'Abel, S. 71–77.
 - TDH 5 = CJ 25 (1843), Anlage.
- (3) Es war leider nicht immer möglich, die Crelleschen Notizen einwandfrei zu lesen. Einige Lesungen bleiben fraglich. — Bei der Entzifferung haben mich Herr F. G. Lange und Frau Dr. Ilse Jahn, beide A.-v.-Humboldt-Komm. der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin unterstützt, wofür ich hiermit meinen Dank abstatte.
- (4) Vgl. Kurt-R. Biermann: *Jakob Steiner*. Nova Acta Leopoldina, N. F. Nr. 167, 27 (1963), S. 31–45. — Ders.: *Urteile A. L. Crelles über seine Autoren*. CJ 203 (1960), S. 216–220. — Ders.: *J. P. G. Lejeune Dirichlet*. Berlin 1959. — Ders.: *A. L. Crelles Verhältnis zu Gotthold Eisenstein*. Monatsber. d. Dt. Ak. Wiss. zu Berlin 1 (1959), S. 67–72. — Ders.: *Die Berufung von Weierstraß nach Berlin*. Festschrift für Karl Weierstraß. Köln u. Opladen 1966. S. 41–52.
- (5) Vgl. Kurt-R. Biermann: *N. H. Abel und Alexander von Humboldt*. Nordisk Matematisk Tidsskrift 11 (1963), S. 59–63.
- (6) Vgl. Wilhelm Lorey: *Abels Berufung nach Berlin*. Norsk Matematisk Tidsskrift 11 (1929), S. 2–17.
- (7) Vgl. Kurt-R. Biermann und Viggo Brun: *Eine Notiz N. H. Abels für A. L. Crelle auf einem Manuskript Otto Auberts*. Nordisk Matematisk Tidsskrift 6 (1958), S. 84–86.

- (8) S. ob. Anm. 2, TD 1 und TDH 5.
- (9) CJ 6 (1830), S. 73–80.
- (10) Auf welche Weise das geschah, schildert Weierstraß in seinem Brief an Sophus Lie vom 10.4.1882. *N. H. Abel. Mémoires* [s. ob. Anm. 1]. Correspondance d'Abel, S. 108–109.
- (11) Crelle: Erh. 30/10 28. Bedankt 30/10 28, nach den zwischen geschriebenen Bemerkungen. (Lesung unsicher.)
- (12) Crelle: Ich arbeite (ein Wort unlesbar) an seiner hiesigen Anstellung, aber es sei Geduld nöthig.
- (13) Crelle: Er sucht also einen, vielleicht auch zu den ellipt. Funktionen? Er möge dieses sagen. (Lesung unsicher.)
- (14) Bezieht sich wohl auf *Remarques sur quelques propriétés générales d'une certaine sorte de fonctions transcendentes*. CJ 3 (1828), S. 313–323. Diese Arbeit enthält das berühmte »Abelsche Theorem«.
- (15) CJ 4 (1829), S. 85–93.
- (16) Crelle: *Sur le nombre des transf. des fonct. ellipt.* [Vgl. CJ 3 (1828), S. 394–401.]
- (17) Crelle: Ist auch geschehen.
- (18) Crelle: Nein ins nächste Heft.
- (19) CJ 2 (1827), S. 101–181 und 3 (1828), S. 160–190.
- (20) S. ob. Anm. 15.
- (21) Vgl. CJ 4 (1829), S. 194.
- (22) C. G. J. Jacobi: *Addition au Mémoire de M. Abel sur les fonctions elliptiques*, inseré dans le vol. II de ce journal, cah. 2, pag. 101. CJ 3 (1828), S. 86.
- (23) Vgl. CJ 4 (1829), S. 199.
- (24) Crelle: Soll geschehen im nächsten Heft (4. Bd., 1. H.). [Als Abel seinen Brief an Crelle schrieb, war das 3. Heft des 3. Bandes von CJ bereits erschienen, aber noch nicht in Abels Händen. Für das 4. Heft des 3. Bandes war Redaktionsschluß, was Abel noch nicht wußte. Das 1. Heft des 4. Bandes war in Vorbereitung.]
- (25) Vgl. CJ 4 (1829), S. 236–277 und 309–348.
- (26) Abel hat nicht mehr als die erste Partie (*Des fonctions elliptiques en général*) vollständig ausführen können.
- (27) Das Werk Jacobis, von dessen Vorbereitung Abel erfahren hatte, erschien im folgenden Jahr; C. G. J. Jacobi: *Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum*. Königsberg 1829.
- (28) Crelle: Ich würde eine Abh. v. Poncelet zuerst drucken lassen und dann blieben 5 bis 6 Bogen. (Lesung unsicher.) [In der Tat beginnt das erste Heft des 4. Bandes mit J. V. Poncelet: *Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques*. Diese Abhandlung (S. 1–71) nimmt $\frac{3}{4}$ des ersten Heftes in Anspruch.]
- (29) Crelle: Ja.
- (30) Crelle: Nein nur 6 Bogen.
- (31) Crelle: Geht nicht. Erst die Abh. Poncelets. [S. ob. Anm. 28.]
- (32) *Mémoire sur une classe particulière d'équations résolubles algébriquement*. CJ 4 (1829), S. 131–156.
- (33) Wenn Crelle die Absicht gehabt hat, so hat er doch seinen Plan geändert, vgl. Anm. 28 und 31.
- (34) Crelle: Soll geschehen. Er möge aber genau überlegen, was gedruckt werden solle, ändern könne ich nichts. (Gründe: wegen der Mühe, der Abschreibefehler etc.) (Lesung unsicher.) [Beim Druck der in ob. Anm. 32 genannten, 29.3.1828 datierten Abhandlung hat Crelle in einer Fußnote Abels Wunsch entsprechend vermerkt:

L'auteur de ce mémoire donnera dans une autre occasion des applications aux fonctions elliptiques.]

- (35) Crelle: Geht nicht. Gergonne würde mir und ihm übel nehmen. [Es handelt sich um J. D. Gergonne, Montpellier, den Herausgeber der Annales de mathématiques pures et appliquées. Bd. 1–22. Nismes 1810–32.]
- (36) Crelle: Nein.
- (37) Crelle: Vielleicht in 14 Tagen bis 3 Wochen.
- (38) E. H. Dirksen, Ordinarius für Mathematik an der Berliner Universität, und J. Steiner, damals noch im Schuldienst, hatte Abel in Berlin kennengelernt. Die Bekanntheit von Dirichlet hatte er in Paris gemacht.
- (39) Crelle: Ist geschlossen. Also erst ins nächste Heft.
- (40) Das bezieht sich vielleicht auf die beabsichtigte, aber erst 1843 teilweise erfolgte Schaffung einer mathematischen Sektion der Naturforscherversammlung. Auf der Tagung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte unter dem Vorsitz Alexander von Humboldts und unter der Teilnahme von C. F. Gauß in Berlin 18.–26.9.1828 (die übrigens über die Berufung Abels nach Berlin bei dieser Gelegenheit verhandelt haben, s. ob. Anm. 5) ließ sich dies Vorhaben noch nicht verwirklichen. Es könnten auch andere Pläne Crelles zu einem organisatorischen Zusammenschluß seiner Berliner Autoren gemeint sein, über die aber bisher nichts bekannt geworden ist. Von solchen Absichten könnte Abel durch Crelle mündlich schon während seines Berliner Aufenthalts gehört haben.