

ABEL PRIZE 2022

挪威科学与文学院决定将 2022 年的阿贝尔奖授予

美国纽约市立大学研究生院和大学中心及 美国纽约州立大学石溪分校之 Dennis Parnell Sullivan

"以表彰其在最广泛意义上对拓扑学的开创性贡献, 尤其是代数、几何及动力学 方面"。

拓扑学诞生于 19 世纪末,是一种研究几何的新的定性方法。在拓扑学中,圆与正方形相同,而地球表面与甜甜圈表面则不同。开发一种精确的语言及量化工具,以测量物体在变形时不会改变的属性,这在数学和其他领域的价值是无法估量的,在从物理学到经济学及数据科学的领域中有重要应用。

Dennis Sullivan 通过引入新概念、证明具有里程碑意义的定理、回答旧猜想以及提出推动该领域发展的新问题,不断推动拓扑学的发展。他就像一位真正的大师,似乎毫不费力地运用代数、解析及几何理念在不同领域间转换。

其早期工作是对流形进行分类,流形空间在局部上无法与欧几里德平面空间区分开来,但在全局上则不同(例如球体的表面,在局部上大致是一个平面)。在William Browder 和 Sergei Novikov 工作的基础上,他形成了有关此问题的代数拓扑学观点,并发明了一些巧妙的方法来解决出现的问题。这包括"某个质

数处空间的定位"和"某个质数处空间的补全"的理念。 这些理念源自纯代数,可为表示几何现象提供新的语言,并成为解决多个其他问题的工具。现在对于不同 的质数采取不同的方法,每次处理一个质数已非常普遍。

Sullivan 的另一个突破是对所有质数被忽略后的剩余部分的研究——即"有理同伦论"。对于在这一背景下空间的剩余部分,他与 Daniel Quillen 给出了两种不同的完全代数性的描述。Sullivan 的模型基于微分形式——多变量微积分的一种理念,可直接连接到几何和解析。这使得代数拓扑学的主要部分能够适用于计算,且被证明具有突破性。采用微分形式并结合霍奇理论,使其与代数几何学特别相关,这在 Sullivan 与 Pierre Deligne、Phillip Griffiths 及 John Morgan 的工作中得到证明。

要弄清楚平滑流形,就必须进行补全,其在此处的工作亮点之一就是独立于 Quillen 对亚当斯猜想的证

明。Sullivan 还提出了"同伦不变集"的理念,提出了同伦的中心猜想,并推出一种广泛使用的工具。最初的"Sullivan 猜想"在几十年后由 Haynes Miller 破解。

Sullivan 继续解决了大量的拓扑学、动力学和解析性问题,时刻想着以空间上的几何结构发挥重要作用。

他证明了在维数为 5 或更多的流形的拓扑结构可随时升级为利普希茨结构,从而使解析方法得到运用。他的论证采用了算术群,用一个浸入欧几里德空间的双曲线流形来替换 Kirby 环面。他与 Simon Donaldson一起证明了该等结构无需存在于第四维度。

在动力学方面,Sullivan 在克莱因群和迭代有理映射之间引入了一种词典,以可测量的复杂结构理论为中心。他证明了有理映射无游荡域,解决了 60 年前的法图猜想,并巧妙地将其与阿尔福斯的有限性定理进行

比较。他继续使用类似方法,为 Feigenbaum 的周期 倍增级联的普适性提供了概念证明,将这些结果重新 定义为光滑结构在一个奇异吸引体上的唯一 性。Sullivan 的词典、克莱因群刚性定理及其对重整化 的先验界,现为共形动力学的基本原理。

在随后与 Moira Chas 一起重新研究流形代数结构的过程中,他发现了一个新的流形不变量,令该领域为之震动。凭借与拓扑领域理论的关联,"弦拓扑"已迅速发展成一个独立的领域。

Dennis Sullivan 对基础认知的不懈探索,以及发现数学不同领域之间相似之处并在其间架起桥梁的能力,永远地改变了这一领域。