THE
ABEL
PRIZE
2022

L’Académie des sciences et des lettres de Norvège a décidé de décerner le prix Abel 2022 à

Dennis Parnell Sullivan

de l’École doctorale de l’université de la ville de New York, États-Unis et de l’Université d’État de New York à Stony Brook, États-Unis,

« pour ses contributions révolutionnaires à la topologie dans son sens le plus large, et en particulier dans ses aspects algébriques, géométriques et dynamiques. »

La topologie est née à la fin du XIX^{e} siècle, en tant que nouvelle approche qualitative de la géométrie. En topologie, un cercle et un carré sont identiques, mais la surface de la Terre et celle d’une bouée sont différentes. Le développement d’un langage précis et d’outils quantitatifs pour mesurer les propriétés invariantes des objets après une déformation a été inestimable en mathématiques et ailleurs, avec des applications significatives dans des domaines tels que la physique, l’économie ou encore la science des données.

À plusieurs reprises, Dennis Sullivan a changé le paysage de la topologie en introduisant de nouveaux concepts, en établissant des théorèmes fondamentaux, en répondant à d’anciennes conjectures et en formulant de nouveaux problèmes qui ont fait avancer le domaine . Il est passé d’un domaine à l’autre, sans effort apparent, en utilisant des idées algébriques, analytiques et géométriques comme un véritable virtuose.

Ses premiers travaux ont porté sur la classification des variétés, des espaces qui ne peuvent pas être distingués de l’espace plat euclidien au niveau des détails, mais qui sont globalement différents (par exemple, la surface d’une sphère est, au niveau des détails, plate). S’appuyant sur les travaux de William Browder et de Sergei Novikov, il a développé une perspective issue de la topologie algébrique sur ce sujet et a inventé des techniques brillantes pour résoudre les problèmes engendrés. Les idées suivantes en font partie : « localiser un espace en utilisant un nombre premier » et « compléter un espace en utilisant un nombre premier ». Ce sont des idées exportées de l’algèbre pure qui ont fourni un nouveau langage pour exprimer les phénomènes géométriques et qui sont devenues des outils utiles pour résoudre de nombreux autres problèmes. De nos jours, il est courant de travailler en utilisant un nombre premier à la fois, avec différentes méthodes pour différents nombres premiers.

Une autre percée majeure de Sullivan a été l’étude des invariants obtenus en effaçant tous les nombres premiers, ce qu’on appelle *la théorie de l’homotopie rationnelle*. Lui et Daniel Quillen ont donné deux descriptions algébriques complètes et différentes de ce qui reste d'un espace dans ce contexte. Le modèle de Sullivan est basé sur les formes différentielles, un concept de calcul multivariable, permettant une connexion directe avec la géométrie et l'analyse. Cela a rendu une grande partie de la topologie algébrique accessible au calcul et s'est avéré révolutionnaire. L'utilisation des formes différentielles, en combinaison avec la théorie de Hodge, a rendu la topologie algébrique particulièrement pertinente pour la géométrie algébrique comme le montrent les travaux de Sullivan avec Pierre Deligne, Phillip Griffiths et John Morgan.

Pour comprendre les variétés lisses, des complétions ont été nécessaires, et l'un des points forts de son travail dans ce sujet a été sa démonstration de la conjecture d'Adams, indépendamment de Quillen. Sullivan a également attiré l'attention sur l'idée d'un *espace des points fixes homotopiques* formulant une conjecture centrale en homotopie et introduisant un outil largement utilisé. La « conjecture de Sullivan » d'origine a été résolue de nombreuses années plus tard par Haynes Miller.

Sullivan s'est ensuite attaqué à de nombreux problèmes topologiques, dynamiques et analytiques, toujours utilisant l'idée d'une structure géométrique sur un espace jouant un rôle central.

Il a montré que la structure topologique sur une variété de dimension cinq ou plus peut toujours être promue en une *structure de Lipschitz*, ce qui permet d'utiliser des méthodes analytiques. Son argument utilise des groupes arithmétiques pour remplacer le tore de Kirby par une variété hyperbolique immergée dans l'espace euclidien. Avec Simon Donaldson, il a démontré que de telles structures n'existaient pas toujours en dimension quatre.

En dynamique, Sullivan a introduit un dictionnaire entre les groupes kleiniens et l'itération des applications rationnelles, dictionnaire basé sur la théorie des structures complexes mesurables. Il a prouvé que les applications rationnelles n'ont pas de domaines errants, résolvant une conjecture de Fatou vieille de 60 ans et établissant brillamment un parallèle avec le théorème de finitude d'Ahlfors. Il a ensuite utilisé des méthodes similaires pour fournir une preuve conceptuelle de l'universalité de Feigenbaum pour les cascades de doublages de période, réinterprétant ces résultats comme l'unicité d'une structure lisse sur un attracteur étrange. Le dictionnaire de Sullivan, son théorème de rigidité pour les groupes kleiniens et ses bornes, à priori, pour la renormalisation sont maintenant des principes fondamentaux en dynamique conforme.

Revenant plus tard sur la structure algébrique des variétés, avec Moira Chas, il a étonné les spécialistes en introduisant un nouvel invariant : forte de ses liens avec la théorie topologique des champs, la « topologie des cordes » est rapidement devenue un sujet à part entière.

La quête insistante de Dennis Sullivan de compréhension des causes profondes, sa capacité à voir des analogies entre différents domaines des mathématiques, et à jeter des ponts entre ceux-ci, ont à jamais changé la discipline.