



Michel Talagrand Abelprisen 2024

Stokastiske prosesser

”En stor del av Talagrand’s arbeider dreier seg om geometrien til stokastiske prosesser.” (Fra Abelkomiteens begrunnelse)

En mynt har to sider, kron og mynt, men siden tall er mye enklere å regne med enn ord, kaller vi de to sidene 0 og 1. De to utfallene har lik sannsynlighet $\frac{1}{2}$. Forventningsverdien til et myntkast: summen av produktet av kastets verdi ganger sannsynligheten er $\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 0 = \frac{1}{2}$. Men denne verdien vil vi aldri kunne oppnå i ett kast.



Kilde: Wikipedia/ICMA Photos

Hvis vi i stedet har 10 mynter, eller kaster en mynt 10 ganger, kan vi telle antall ganger vi får kron og dele på de 10 kastene. Forventningsverdien er fortsatt $\frac{1}{2}$, men nå er verdien oppnåelig hvis vi ender opp med 5 kron og 5 mynt. Av de 1024 mulige utfallene for de 10 kastene, vil 252 eller omtrent 25% gi like mange kron og mynt. Hvis vi er litt rausere og sier at vi er godt fornøyd også med 4 eller 6

kron, vil prosentandelen hoppe opp til omtrent 66%. Gjennomsnittlig antall kron på 10 kast er 5, så 4 eller 6 kan sees på som 20% avvik fra gjennomsnittet. For 20 mynter vil et avvik mindre enn eller lik 20% av gjennomsnittet tilsvare 8, 9, 10, 11 eller 12 kron. Det betyr rundt 75% av alle mulige utfall. Hvis vi øker antall kast enda mer, vil denne prosentandelen øke, og vi kan faktisk komme så nær 1 som vi ønsker bare antall kast er tilstrekkelig stort.

Vi kan generalisere dette eksemplet ved å erstatte myntkasting med en vilkårlig stokastisk variabel. En stokastisk variabel er en variabel hvor verdien varierer tilfeldig i henhold til en eller annen sannsynlighetsfordeling. Mengden av verdier den stokastiske variabelen kan anta kalles utfallsrommet. Den stokastiske variabelen som modellerer myntkasting har et utfallsrom med to elementer; {Kron, Mynt}, med lik sannsynlighet. Merk at utfallet for én mynt er uavhengig av utfallet for alle de andre.

I en mer generell setting vil utfallsrommet naturlig nok være mye mer komplisert enn for myntkasting. Terningkast har et utfallsrom med 6 elementer, mens kursen på en aksje på børsen kan variere over et ganske stort spenn. I motsetning til mynten og terningen, er kursen på aksjen målt dag for dag ikke en uavhengig variabel. Prisen neste dag vil være påvirket av kursen dagen før. De stokastiske variablene er korrelerte.

Talagrand har interessert seg for denne type problemer, og gitt viktige resultater for avgrensningen av en stor samling av korrelerte tilfeldige variabler.

