



Michel Talagrand Abelprisen 2024

Michel Talagrand



Source: Hong Kong Laureate Forum

Michel Talagrand, Centre national de la recherche scientifique og Sorbonne Université, Paris, Frankrike er tildelt Abelprisen for 2024

”for sine grunnleggende bidrag til sannsynlighetsteori og funksjonalanalyse, med kraftfulle anvendelser innen matematisk fysikk og statistikk.”

Avvik fra det forventede

Abelkomiteen sier i sin begrunnelse for tildelingen av årets Abelpris: ”Utviklingen av sannsynlighetsteori var opprinnelig motivert av problemer som oppsto i sammenheng med gambling og risikovurdering. Imidlertid er det klart at en grundig forståelse for tilfeldige fenomener er viktig i dagens verden. For eksempel er både værmelding og store språkmodeller basert på algoritmer som involverer tilfeldigheter. I vår søken etter å forstå fenomener på mikronivå må vi vurdere effekter som tilfeldigheter i urenheter i krystaller, termiske svingninger i elektriske kretser, og dekoherens av kvantedatamaskiner. Talagrand har taklet mange

grunnleggende spørsmål som dukker opp i kjernen av den matematiske beskrivelsen av slike fenomener.”

I 2007 ble S. R. Srinivasa Varadhan tildelt Abelprisen, også han for sitt bidrag til sannsynlighetsteori. Koplingen mellom de to prisvinnerne kan illustreres ved ”de store talls lov”. De store talls lov ble først bevist av den sveitsiske matematikeren Jacob Bernoulli i sin avhandling *Ars Conjectandi*, utgitt i 1713, 8 år etter hans død.

Bernoulli studerer en hendelse som inntreffer med en viss sannsynlighet, men han kjenner ikke den eksakte verdien. Som et alternativ vil han derfor estimere denne sannsynligheten ved å se på forholdet mellom hvor mange ganger hendelsen inntreffer og hvor mange ganger eksperimentet gjentas.

Bernoullis utfordring er å estimere andelen hvite kuler i en urne som inneholder et ukjent antall hvite og svarte kuler. Strategien hans går ut på å trekke ut et antall kuler fra urnen, la oss si n , legge tilbake kulene etter hver uttrekning, og anslå den ukjente andelen hvite kuler i urnen basert på andelen hvite kuler som er trukket ut. Bernoulli viser at ved å velge n stor nok, kan han estimere andelen så nøyaktig han måtte ønske.



Dette er nettopp den svake versjonen av de store talls lov.

Loven sier at sannsynligheten for at avviket mellom det observerte gjennomsnittet og den korrekte forventningen er mindre enn en på forhånd valgt verdi, kan bli så nær 1 som vi måtte ønske, forutsatt at vi gjentar eksperimentet tilstrekkelig mange ganger. Hvis vi har funnet dobbelt så mange hvite som svarte kuler etter et stort antall forsøk, har vi en økende visshet om at andelen er den samme inne i urnen.

Talagrand har presentert en rekke resultater som med en samlebetegnelse kalles "Talagrands ulikheter". Avviket fra forventet verdi i de store talls lov er et typisk eksempel på en slik ulikhet; finn en øvre grense for sannsynligheten for et avvik som en funksjon av sannsynligheten for hendelsen og antall repetisjoner.



J. Bernoulli (1654-1705)



S. R. Varadhan (1940-)

Kilde: Wikipedia/Abelprisen

Tidligere Abelprisvinner Varadhan studerte "halen" til sannsynlighetsfordelingen, dvs. forekomsten av hendelser som avviker fra det forventede, gjerne omtalt som "det uventede er også å forvente". Varadhans tilnærming kan illustreres med en av forsikringssekskapenes viktigste utfordringer; hvordan kan man forberede seg på det uventede, som en 100-årsflom eller et jordskjelv i et geologisk stabilt område? Talagrands tilnærming til problemet er å finne et område hvor modellen med stor sannsynlighet er gyldig, dvs. at værmeldingen er til å stole på eller at vi vet at AI-roboten ikke hallusinerer.

Transportkostnader mellom mål

Et annet bidrag Abelkomiteen legger vekt på er "en nyttig ulikhet som begrenser den kvadratiske

transportkostnaden mellom et sannsynlighetsmål og en gaussisk fordeling basert på deres relative entropi." For en ikke-ekspert kan dette virke som en samling av merkelige ord, snarere enn en fornuftig setning.

Innholdet i setningen kan illustreres med følgende eksempel: Porteføljen til Statens pensjonsfond utland på 17 milliarder kroner er spredt på et stort antall investeringer. Hver dag handler analytikerne aksjer og obligasjoner i stor skala, og de prøver alltid å optimalisere avkastningen til fondet. Hver transaksjon har en kostnad og en viktig utfordring for analytikerne er å bestemme hvordan porteføljen skal "omorganiseres" slik at transportkostnadene holdes på et minimum. Hvis vi sier at den totale verdien av fondet til enhver tid er 1, kan vi betrakte porteføljen som en sannsynlighetsfordeling over mengden av banker, fond, selskaper og andre investeringsobjekter. Profilen til porteføljen to påfølgende dager beskriver to forskjellige sannsynlighetsmål på samme mengde, og strategien for hvordan man flytter penger mellom investeringsobjektet har en pris, angitt ved kostnadsfunksjonen. Dermed får hver (re-)investeringsstrategi en individuell kostnad.

Vi kan "anvende" Talagrands ulikhet for transportkostnadene på dette illustrerende eksemplet. Resultatet sier at den optimale løsningen for å minimere transportkostnadene ved en reinvestering av porteføljen i hovedsak er begrenset av en numerisk verdi for avhengigheten mellom de to fordelingene for porteføljen. Denne verdien er det som kalles den relative entropien. Den måler i hovedsak forskjellen mellom de to aktuelle profilene. Hvis profilen til porteføljen ikke endres, vil det selvfølgelig ikke være noen transportkostnader. Hvis variasjonen er betydelig, vil transporten øke. Men i begge tilfellene er det den relative entropien til de to profilene som ligger til grunn for transportkostnadene.

Grenser for den frie energien i spinn-glass

I et annet avsnitt fra begrunnelsen, med henvisning til Parisi-formelen for



Sherrington-Kirkpatrick-modellen for den frie energien til spinn-glass, sier Abel-komiteen:

”... denne formelen gir en øvre grense for den frie energien. I en banebrytende artikkel beviste Talagrand den komplementære nedre grensen, og fullførte dermed beviset for Parisi-formelen.”

Spinn-glass er legeringer dannet av edle metaller forurenset med en liten mengde jern.

Jernmolekylene er for spredt lokalisert til virkelig å kunne påvirke hverandre, og det er først når de er under innflytelse av et ytre magnetfelt de slutter rekkene og blir en fin ferromagnet. Men spinn-glass skiller seg fra sine ferromagnetiske slektninger ved at når det ytre feltet fjernes, så vil magnetiseringen raskt avta. Fenomenet forklares ved hjelp av betraktninger rundt den frie energien til systemet. Parisi-formelen for

Sherrington-Kirkpatrick-modellen refererer til en seiglivet formodning om grensene for denne frie energien.

Matematisk kan vi betrakte spinnet til hvert jernmolekyl som en tilfeldig variabel. Den makroskopiske oppførselen til spinn-glass er derfor relatert til de asymptotiske verdiene til et stort antall svakt korrelerte tilfeldige variabler. Dermed har vi den matematiske forbindelsen til årets Abel-prisvinner. Talagrands bevis for Parisi formel er et flott eksempel på hvordan matematisk teori kan bidra til økt kunnskap innen andre fagområder.

